

Designnotat

Tittel: Designprosjekt 2 - Støyfilter	
Forfattere: Temmam Nabil Altaie	
Versjon: 2.0	Dato: 12.05.25

Innhold

1 Problembeskrivelse **2**

2 Prinsipiell løsning **3**
2.1 Løsningsbeskrivelse 3
2.2 Matematiske formler 4

3 Realisering og test **7**
3.1 Realisering og regning 7
3.2 Fysisk kobling og analyse 8
3.3 Matematiske beregninger 10
3.4 Oppsummering av sluttresultater 11

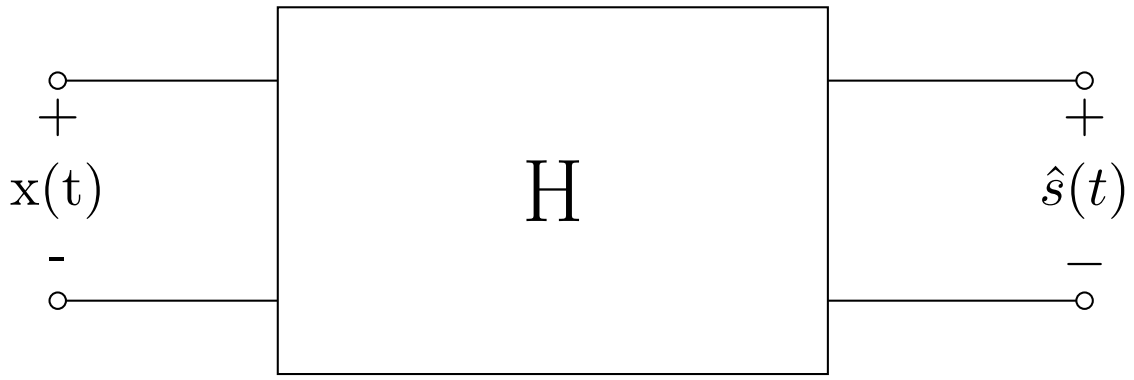
4 Konklusjon **13**

5 Takk **14**

Referanseliste **15**

1 Problembeskrivelse

Et system skal designes og implementeres som vist i figur 1.



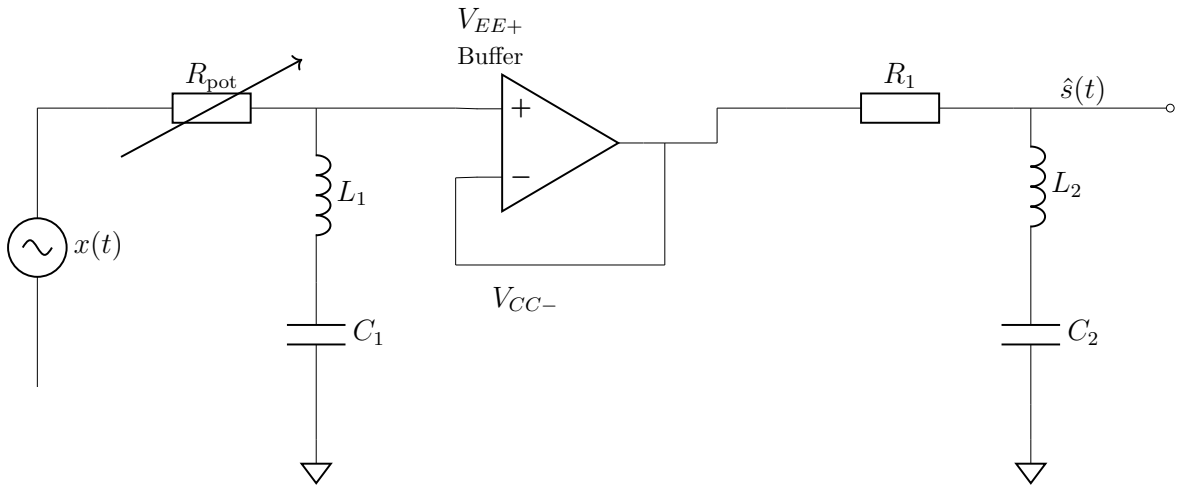
Figur 1: Blokkdiagram av systemet

Den matematiske modellen for signalet er gitt ved:

$$x(t) = s(t) + w(t) \tag{1}$$

Systemet illustrert i figur 1 mottar et signal $x(t)$ som består av et ønsket signal $s(t)$, og et uønsket signal $w(t)$. Målet er å designe et system, representert ved boksen H, som effektivt demper eller fjerner komponenten $w(t)$, samtidig som signalet $s(t)$ bevares. Etter filtrering betegnes utgangssignalet som $\hat{s}(t)$, og skal i prinsippet være en best mulig tilnærming til det opprinnelige signalet $s(t)$.

2 Prinsipiell løsning



Figur 2: Kretsdiagram – Prinsipiell løsning med LC-båndstoppfilter og justerbar demping

2.1 Løsningsbeskrivelse

Problemet kan løses gjennom ulike design, hvor fellesnevneren er bruk av et støyfilter. I vår løsning benyttes to LC-båndstoppfiltre koblet sammen i en *kaskade* gjennom en buffer, (vist i figur 2). Med kaskadekobling mener vi at $x(t)$ sendes gjennom to båndstoppfiltre i serie, atskilt med en buffer. Dette gir en mer selektiv demping av ønsket frekvens. Dette resulterer i en brattere dempingskurve i frekvensresponsen, som gir høyere selektivitet og bedre undertrykking av $w(t)$. Et båndstoppfilter ble valgt fordi det gir mulighet til å dempe spesifikke frekvenser, samtidig som resten av signalet påvirkes minimalt. Bufferet sikrer høy inngangs- og lav utgangsimpedans, og forhindrer at de to filtrene påvirker hverandre elektrisk. Hele dette systemet representerer blokken H i figur 1.

Alternative filtre, som *høypass* og *lavpassfiltre*, ble vurdert. Slike filtre ville imidlertid påvirket et bredere frekvensområde og ført til generell demping av $x(t)$. I kontrast vil båndstoppfilteret gi spesifikk demping rundt $w(t)$, og er derfor best egnet for å designe systemet.

En frekvensanalyse av inngangssignalet vil vise det uønskede signalet $w(t)$ som vil ha en dominerende resonansfrekvens f_0. For å kunne realisere systemet i blokk H, må vi identifisere f_0 og regne ut verdier til komponentene i LC-kretsene slik at de demper nettopp denne frekvensen.

2.2 Matematiske formler

(Utledningene tar utgangspunkt i undervisningen fra ERT-økt 5 ('Spolen blir med') [1] og økt 7 ('Mer om filter') [2].)

Uttrykk for resonansfrekvens f_0:

Gitt ved følgende formel:

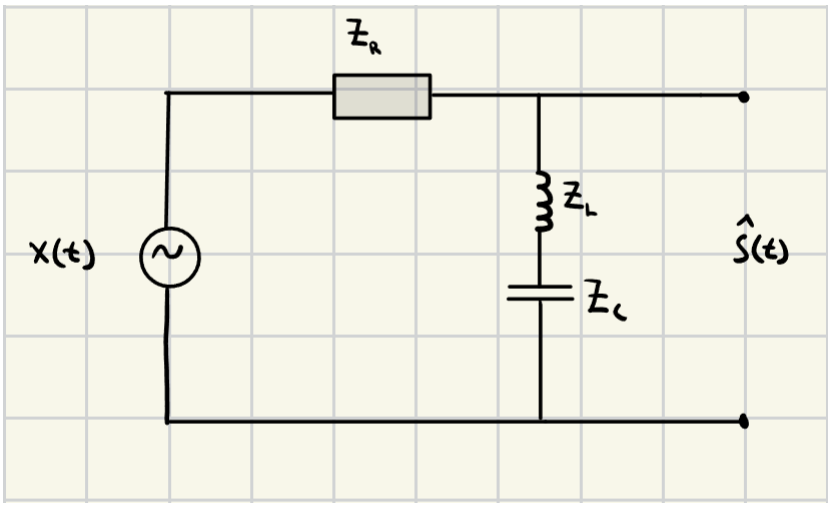
$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} \tag{2}$$

Uttrykk for kondensator C basert på f_0:

Finner et uttrykk for kondensatoren C, (spolen L blir betraktet med konstant verdi). Gitt ved likningen:

$$C = \frac{1}{L \cdot (2\pi \cdot f_0)^2} \tag{3}$$

Spenningsdeling i kretsen:



Figur 3: Teoretisk krets for utledning av frekvensrespons $H(\omega)$

Vi ser på spenningsdelingen i figur 3. Spenningen $\hat{s}(t)$ over den parallelle LC-grenen er:

$$\hat{s}(t) = x(t) \cdot \frac{Z_C + Z_L}{Z_R + Z_C + Z_L}$$

Med impedanser:

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_L = j\omega L, \quad Z_R = R$$

Settes inn i uttrykket:

$$\hat{s}(t) = x(t) \cdot \frac{j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}$$

Innsetting av resonansbetingelse:

Vi definerer resonansfrekvensen:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \Rightarrow \quad LC = \frac{1}{\omega_0^2}$$

Ganger hele uttrykket med $\frac{j\omega C}{j\omega C}$:

$$\hat{s}(t) = x(t) \cdot \frac{1 - \omega^2 LC}{j\omega RC - \omega^2 LC + 1}$$

Uttrykk skrevet med innsetting:

Bruker $LC = \frac{1}{\omega_0^2}$:

$$\hat{s}(t) = x(t) \cdot \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\omega RC}$$

Frekvensrespons $H(\omega)$:

Vi har at:

$$H(\omega) = \frac{\hat{s}(t)}{x(t)}$$

Frekvensresponsen $H(\omega)$ er dermed:

$$H(\omega) = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + j\omega RC} \tag{4}$$

Båndbredde B (eng. Bandwidth):

Båndbredden er definert som forskjellen mellom de to -3 dB-grensefrekvensene:

$$B = f_H - f_L \tag{5}$$

Kvalitetsfaktor Q:

Kvalitetsfaktoren beskriver hvor skarp filterets demping er. Den defineres som forholdet mellom resonansfrekvens og båndbredde:

$$Q = \frac{f_0}{B} \tag{6}$$

Forsterkning (eng. gain) i dB:

Forsterkning eller demping i desibel beregnes som:

$$G_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{\text{ut}}}{V_{\text{inn}}} \right) \tag{7}$$

Målt demping $G_{\text{målt}}$ kan beregnes som differansen mellom nivået etter og før filtrering:

$$G_{\text{målt}} = \Delta G = G_{\text{etter}} - G_{\text{før}} \tag{8}$$

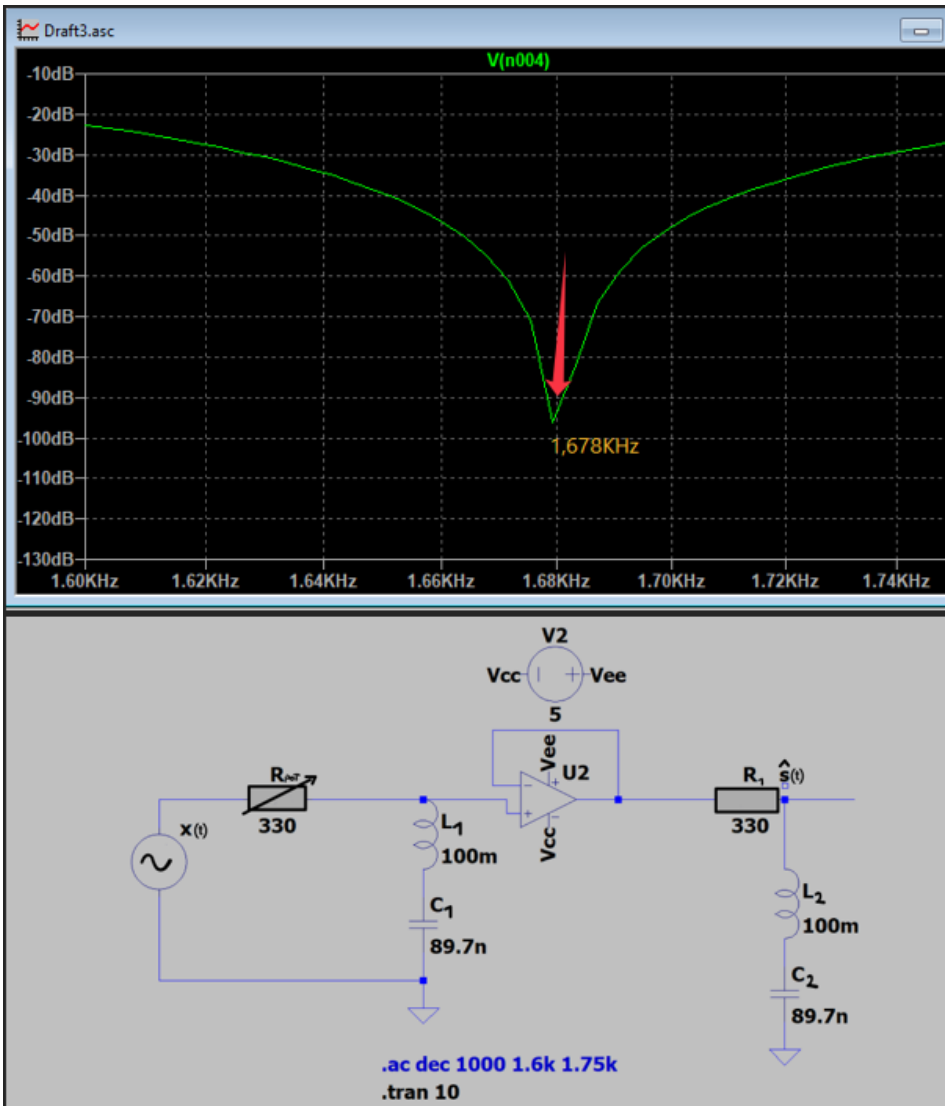
3 Realisering og test

3.1 Realisering og regning

Ved bruk av spektralanalyse i figur 6 kan vi lese av $f_0 = (1.678 \approx 1.68)\text{kHz}$.

Vi setter $L = 100\text{mH}$ og $f_0 = 1.68\text{kHz}$ inn i likning 3 og finner verdien til kondensatoren C:

$$C = \frac{1}{100\,\text{mH} \cdot (2\pi \cdot 1.68\,\text{kHz})^2} = 89.7\,\text{nF}$$



Figur 4: Simulasjon av design. Koblet opp ved hjelp av LT-Spice

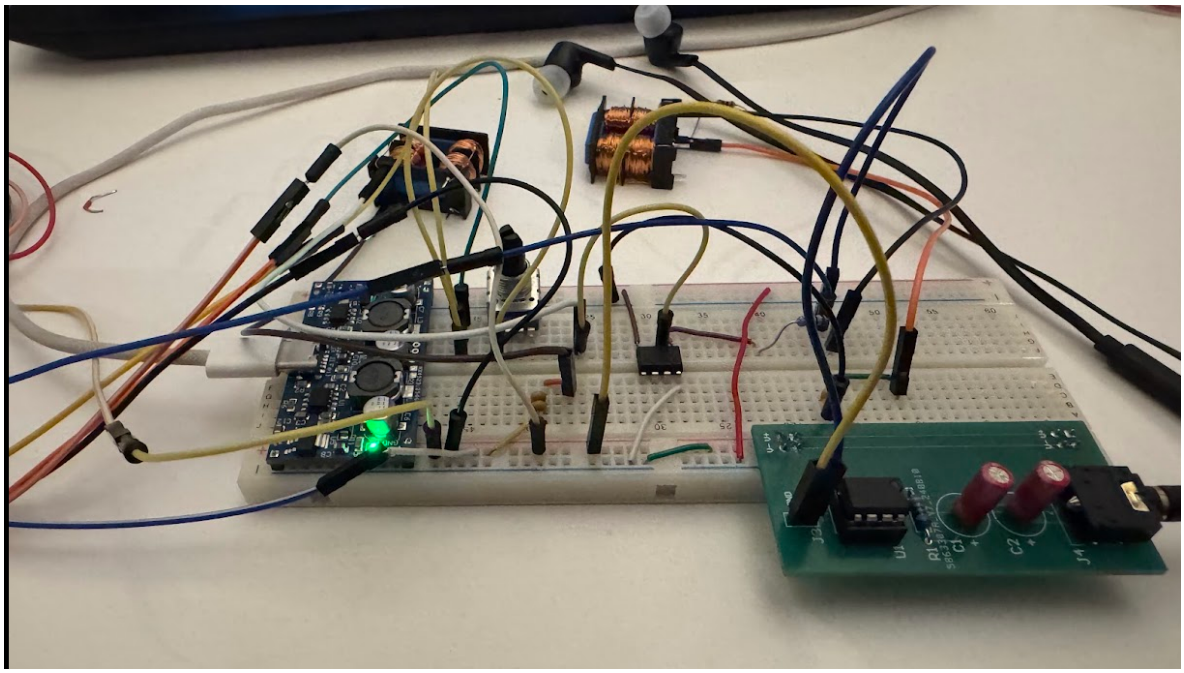
For å validere kretsdesignet, ble det gjennomført en simulasjon i LTSpice. I simuleringen ble en AC-analysesveip utført over et frekvensområde som dekker den forventede pipelyden på 1.68kHz. Kretsen er satt opp som vist i figur 4, hvor vi inkluderer:
- *AC spenningskilde* med amplitude 1V.
- *Spole* $L = 100$mH og kondensator $C = 89.7$nF for å danne et båndstoppfilter.
- *Buffer* (operasjonsforsterker) for impedanstilpasning.
- *Bode-plot* i frekvensområdet 1.6kHz til 1.75kHz for å se hvordan signalet dempes ved 1.68kHz.

Som vist i figur 4, viser Bode-plottet at kretsen har en markant demping ved $f_0 = 1.678$kHz, som samsvarer med den teoretisk beregnede verdien f_0. Dette bekrefter at løsningen fungerer som forventet.

Det kan oppstå praktiske forskjeller på presisjon, men det skyldes avrundingsfeil og simuleringspresisjon i LTSpice. Likevel er dette en god indikasjon på at den fysiske kretsen vil ha tilsvarende karakteristikk.

3.2 Fysisk kobling og analyse

Slik ser den fysiske koblingen ut:

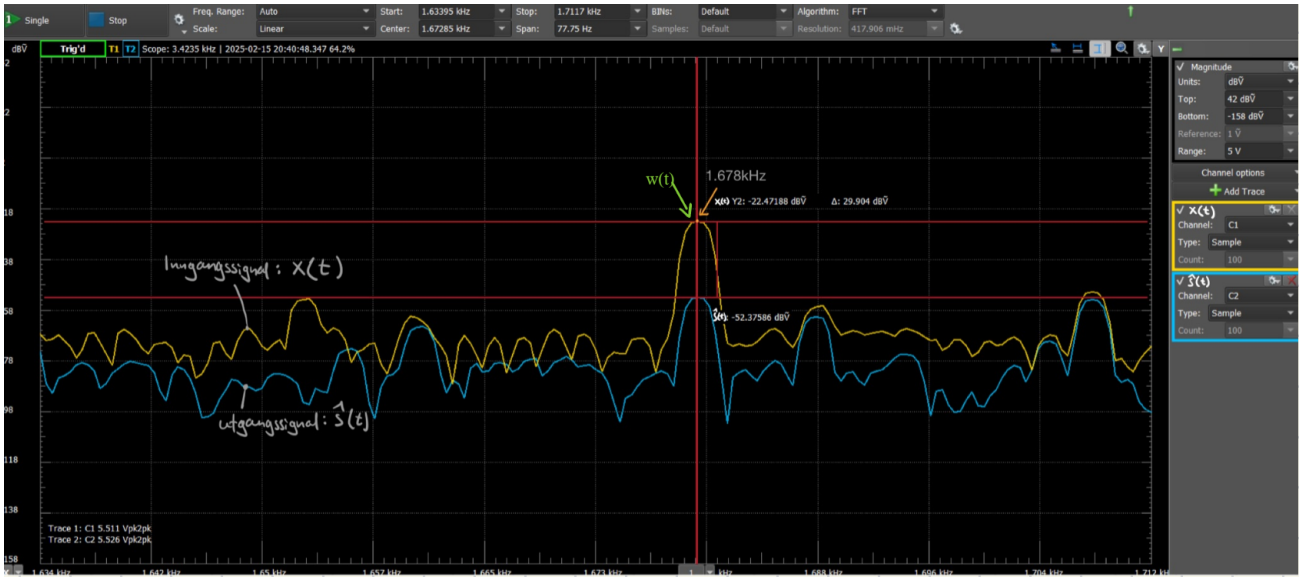


Figur 5: Fysisk kobling av design. Koblet opp ved hjelp av Analog Discovery 2 og elektroniske komponenter.

Måleoppsettet ble realisert ved hjelp av *Analog Discovery 2* og testverktøyet *WaveForms*. Hensikten var å undersøke hvordan filteret påvirker det analoge inngangssignalet $x(t)$ og vurdere effekten av dempingen rundt den identifiserte pipetonen f_0.

- **Wavegen** ble benyttet til å sende et analogt lydsignal inn i systemet.
- **Oscilloskopkanal 1** (Scope 1) målte signalet $x(t)$ før filtrering.
- **Oscilloskopkanal 2** (Scope 2) målte utgangssignalet $\hat{s}(t)$ etter filtrering.
- **Spektrumanalyse** ble brukt for å undersøke amplitudeforskjellen i frekvensdomenet.
- **Network analyzer** ble benyttet for å måle frekvensresponsen og bekrefte demping ved f_0.

Koblingen er vist i figur 5, mens resultatene fra spektrumanalysen og frekvensresponsen er dokumentert i figur 6 og 7.



Figur 6: Spektrumanalyse av signalet før og etter filtrering.

I figur 6 kan vi identifisere følgende:

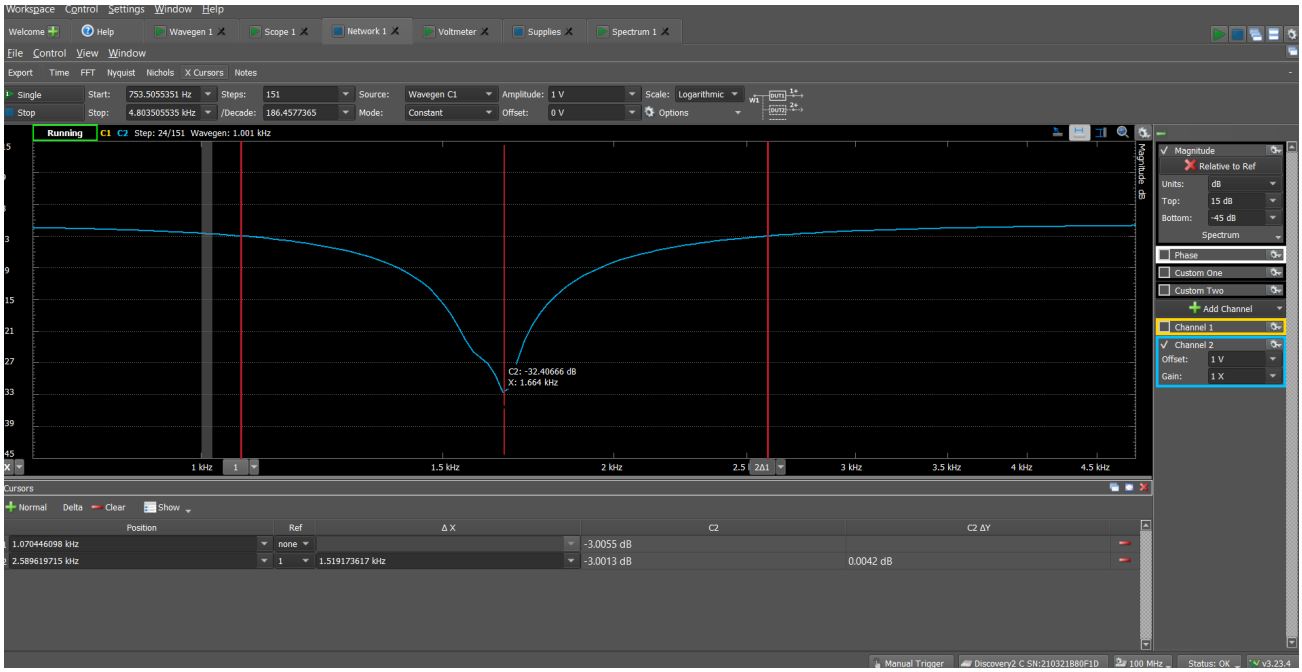
- Gul linje representerer $x(t)$ (inngangssignal).
- Blå linje representerer $\hat{s}(t)$ (utgangssignal etter filtrering).
- Rød vertikal linje markerer pipelydens frekvens $f_0 = 1.68$kHz.
- Røde horisontale linjer viser Δf_{topp}, altså hvor mye signalet dempes fra $x(t) \rightarrow \hat{s}(t)$.

Spectrum gir amplitudespekteret basert på FFT(fast fourier transform). Spektrumsanalysen vår viser hvordan signalet opptrer før og etter filtrering. Hvis filteret fungerer som forventet, skal amplituden til $f_0 = 1.68kHz$ reduseres betraktelig på utgangen $\hat{s}(t)$, mens resten av signalet forblir uendret.

Fra figur 6 kan vi lese at amplituden ved $f_0 = 1.68kHz$ har gått fra -22.47 dBV til -52.37 dBV, noe som tilsvarer en demping på:

$$\Delta G = G_{\text{etter}} - G_{\text{før}} = (-52.37) - (-22.47) = -29.9 \text{ dB} \tag{9}$$

Målingene viser tydelig at båndstoppfilteret undertrykker ønsket frekvens som planlagt.



Figur 7: Bode-plott av kretsen. Koblet opp og analysert gjennom Waveform - Network.

Network viser målt frekvensrespons. Bode-plottet i figur 7 viser hvordan forsterkningen varierer med frekvens. Sammenligner vi dette med simuleringen i figur 4, ser vi at filteret gir en markant demping rundt 1.664 kHz. Dette samsvarer med vår teoretiske resonansfrekvens $f_0 = 1.68$ kHz.

Små avvik mellom simulering og fysisk test kan skyldes:

- Komponenttoleranser, f.eks. at spolen L og kondensatoren C har en variasjon på $\pm 5\%$.
- Upresise effekter i koblinger og ledninger.
- Begrensninger i oppløsningen på måleinstrumentene.

Til tross for dette viser målingene at kretsen fungerer i tråd med forventningene, og at pipelyden dempes betydelig, mens $\hat{s}(t)$ forblir tilnærmet lik $s(t)$.

3.3 Matematiske beregninger

I denne seksjonen presenteres de teoretiske beregningene for filteret basert på formlene beskrevet i prinsipiell løsning 2.2

Resonansfrekvens f_0:

Resonansfrekvensen gitt ved formel 2, bestemmer hvor filteret har maksimal demping, og beregnes ved:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{100\,\text{mH} \cdot 89.7\,\text{nF}}} = 1680.44\,\text{Hz} \tag{10}$$

Båndbredde B:

Basert på målinger og uttrykket for båndbredde 5:

$$B = (2520 - 996)\text{Hz} = 1524\,\text{Hz} \tag{11}$$

Kvalitetsfaktor Q, gitt ved formel 6:

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{1680.44}{1524} = 1.10 \tag{12}$$

Demping i dB:, med utgangspunkt i formel 7 og formel 8

$$G_{\text{målt}} = (-52.37\text{ dB}) - (-22.47\text{ dB}) = -29.9\text{ dB}$$

Utregning av frekvensrespons ved $\boldsymbol{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$:

Vi setter $\omega = \omega_0$ inn i uttrykket for frekvensrespons gitt ved formel 4:

Ved $\omega = \omega_0$ får vi:

$$H(\omega_0) = \frac{1 - 1}{1 - 1 + j\omega_0 RC} = \frac{0}{j\omega_0 RC} = 0$$

Konklusjon: Ved resonans $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ blir frekvensresponsen nøyaktig 0. Dette bekrefter at systemet fullstendig undertrykker signalet ved resonansfrekvensen, slik et ideelt båndstopp-filter skal gjøre.

3.4 Oppsummering av sluttresultater

For å sammenligne teoretiske beregninger, simuleringsresultater og målinger fra den fysiske kretsen, er de viktigste funnene oppsummert i Tabell 1.

Parameter	Teoretisk verdi	Simulert verdi	Målt verdi
Resonansfrekvens f_0 (Hz)	1680.44	1678	1664
Båndbredde B (Hz)	-	-	1524
Kvalitetsfaktor Q	-	-	1.10
Maksimal demping G_{dB} (dB)	-30	-32	-29.9
Relativt avvik i f_0 (%)	-	-	0.98%

Tabell 1: Oppsummering av teoretiske, simulerte og målte resultater.

Som vist i Tabell 1, samsvarer de målte verdiene godt med både de teoretiske beregningene og simuleringsresultatene. Små avvik i resonansfrekvens (f_0) og demping kan tilskrives:

- **Komponenttoleranser:** Spoler og kondensatorer har en variasjon på $\pm 5\%$.
- **Måleusikkerhet:** Oscilloskop, spektrumanalyse og spenningskilder har en gitt presisjon.

Til tross for små avvik, viser resultatene at designet fungerer som forventet, og filteret demper signalet på 1.68 kHz effektivt.

4 Konklusjon

Målet med dette prosjektet var å designe og implementere et båndstoppfilter som kunne fjerne en uønsket pipelyd $w(t)$ ved resonansefrekvensen f_0, samtidig som resten av signalet $s(t)$ ble bevart. Resultatene fra simulering og fysiske målinger viser at filteret fungerer i tråd med forventningene.

Videreutvikling av systemet kan inkludere:

- Bruk av komponenter med lavere toleranse for mer presis filtrering.
- Implementasjon av et aktivt filter for mer fleksibel justering av demping.
- Testing med ulike verdier av R, L og C for å optimere filterets båndbredde og selektivitet.
- Presise målinger av komponenter brukt i fysisk krets.
- Høyere orden N i kaskaden.

5 Takk

Takk til klassekameratene som har bidratt til et godt samarbeid for å løse dette designprosjektet. I tillegg har jeg brukt ChatGPT for forklaringer av begreper, tilbakemeldinger og forbedringspotensialer i teksten min.

Referanseliste

[1] Institutt for Elektroniske Systemer, NTNU. *ERT-økt 5 – Spolen blir med*. Undervisningsmateriale, våren 2025.

[2] Institutt for Elektroniske Systemer, NTNU. *ERT-økt 7 – Mer om filter*. Undervisningsmateriale, våren 2025.